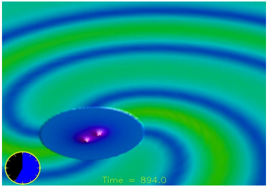
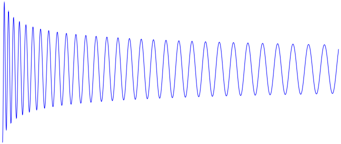
Schwarze Löcher und Gravitationalswellen: Herausforderungen und Erfolge numerischer Simulationen

Harald Pfeiffer

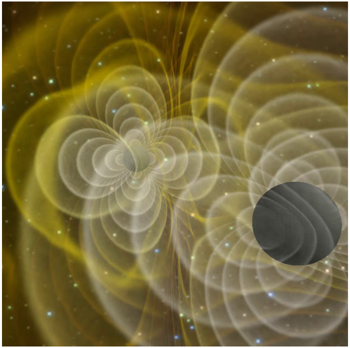
California Institute of Technology





Physikalisches Kolloquium, Universität Bayreuth, 8. Mai 2007

Übersicht

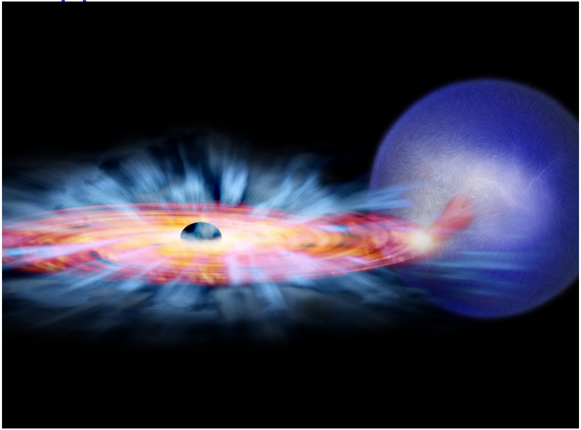


- $L_{\mathrm{max}} = 10^{23} L_{\odot} \sim L_{\mathrm{Universum}}$
- Entfernung 10^{10} Lichtjahre:

$$\Phi_{\mathrm{max}} = 10^{4} \Phi_{\mathrm{Mond}}$$

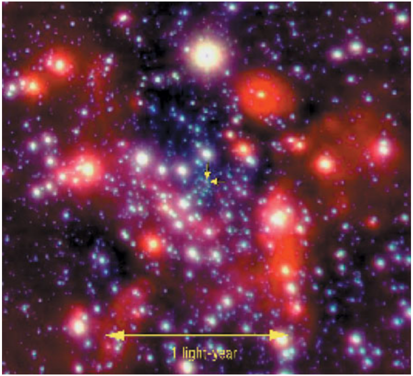
1. Schwarze Löcher
2. Gravitationswellen
3. Numerische Simulationen

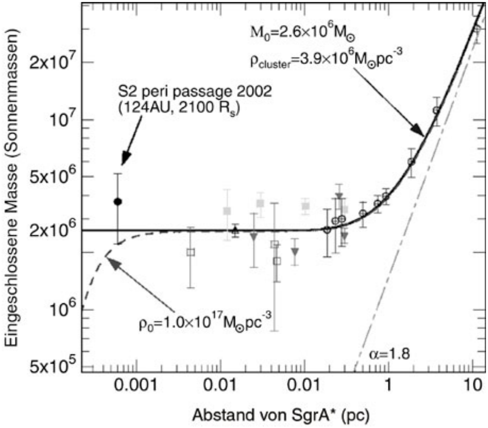
Kompakte Doppelsterne



- Massenfluß auf unsichtbaren Partner $\Rightarrow$ Röntgenstrahlen
- Oder nur ein Stern sichtbar
- $M_{\text{unsichtbar}} = 5 - 30 M_{\odot}$
- Umlaufbahn des sichtbaren Sterns zu eng für “normalen” Stern, $M_{\text{unsichtbar}}$ zu hoch für Neutronenstern. Schwarzes Loch?

Milchstraßen Zentrum





Genzel et al., Nature 2003

- $3 \times 10^6 M_\odot$ in Volumen vergleichbar unserem Sonnensystem – Schwarzes Loch?
- Supermassive Schwarze Löcher in Zentren von Galaxien die Regel
- Masse $10^5 \cdots 10^9 M_\odot$

Was ist ein Schwarzes Loch?

Pierre Laplace (1749-1827)

- Ein Stern, dessen Fluchtgeschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit ist.

  “Licht fällt auf Stern zurück” $\Rightarrow$ Dunkel

Was ist ein Schwarzes Loch?

Albert Einstein (1879-1955)

- Ein Stern, dessen Fluchtgeschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit ist.

  "Licht fällt auf Stern zurück" $\Rightarrow$ Dunkel

- Allgemeine Relativtätstheorie:

Was ist ein Schwarzes Loch?

Albert Einstein (1879-1955)

- Ein Stern, dessen Fluchtgeschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit ist.

  "Licht fällt auf Stern zurück" $\Rightarrow$ Dunkel

- Allgemeine Relativtätstheorie:
  Ein solcher Stern stürzt innerhalb von Millisekunden zu einer punktförmigen Singularität zusammen.

Was ist ein Schwarzes Loch?

Albert Einstein (1879-1955)

- Ein Stern, dessen Fluchtgeschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit ist.

  “Licht fällt auf Stern zurück” $\Rightarrow$ Dunkel

- Allgemeine Relativtätstheorie:
  Ein solcher Stern stürzt innerhalb von Millisekunden zu einer punktförmigen Singularität zusammen.

- Es bleibt: Eine Vakuum-Lösung der Allgemeinen Relativitätstheorie mit Singularität und Ereignishorizont.

Allgemeine Relativitätstheorie (ART)

- Newton'sche Gravitationgesetze: Euklidischer Raum (flach)

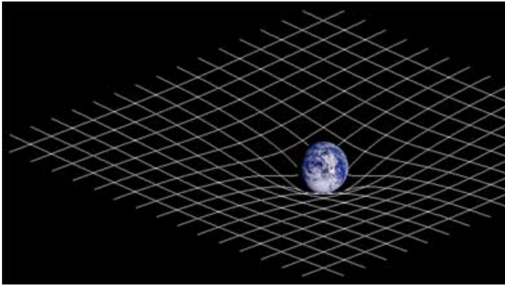
$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho, \qquad \vec{a} = -\vec{\nabla}\Phi$$

Allgemeine Relativitätstheorie (ART)

- Newton'sche Gravitationgesetze: Euklidischer Raum (flach)

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho, \qquad \vec{a} = -\vec{\nabla}\Phi$$

- ART:
  - Raum ist gekrümmt (z.B. $A \neq 4\pi r^2$).



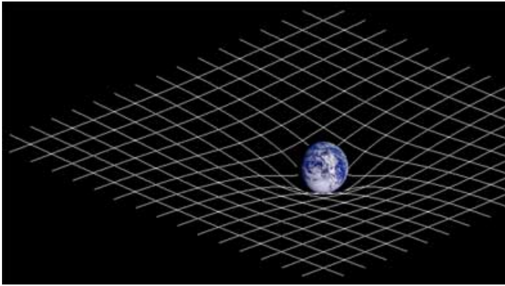
Allgemeine Relativitätstheorie (ART)

- Newton'sche Gravitationgesetze: Euklidischer Raum (flach)

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho, \qquad \vec{a} = -\vec{\nabla}\Phi$$

- ART:
  - Raum ist gekrümmt (z.B. $A \neq 4\pi r^2$).
  - Krümmung $g_{ab}(\vec{x}, t)$ gehorcht den Feldgleichungen

$$G_{ab}[g_{ab}] = 8\pi G T_{ab}.$$



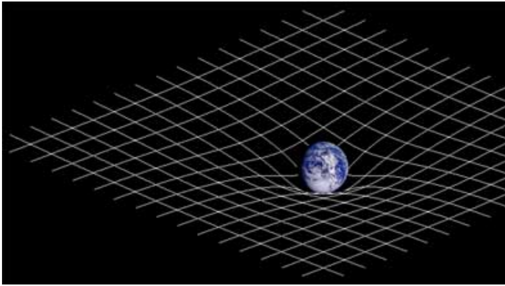
Allgemeine Relativitätstheorie (ART)

- Newton'sche Gravitationgesetze: Euklidischer Raum (flach)

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho, \qquad \vec{a} = -\vec{\nabla}\Phi$$

- ART:
  - Raum ist gekrümmt (z.B. $A \neq 4\pi r^2$).
  - Krümmung $g_{ab}(\vec{x}, t)$ gehorcht den Feldgleichungen

$$G_{ab}[g_{ab}] = 8\pi G T_{ab}.$$



  - Körper bewegen sich "möglichst gerade" durch gekrümmten Raum:

$$\vec{a} = 0.$$

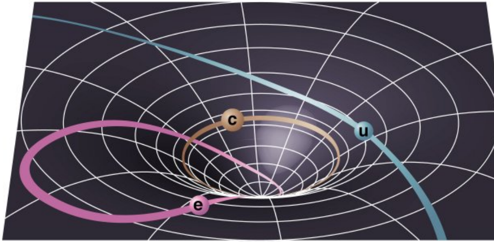
Allgemeine Relativitätstheorie (ART)

- Newton'sche Gravitationgesetze: Euklidischer Raum (flach)

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho, \qquad \vec{a} = -\vec{\nabla}\Phi$$

- ART:
  - Raum ist gekrümmt (z.B. $A \neq 4\pi r^2$).
  - Krümmung $g_{ab}(\vec{x}, t)$ gehorcht den Feldgleichungen

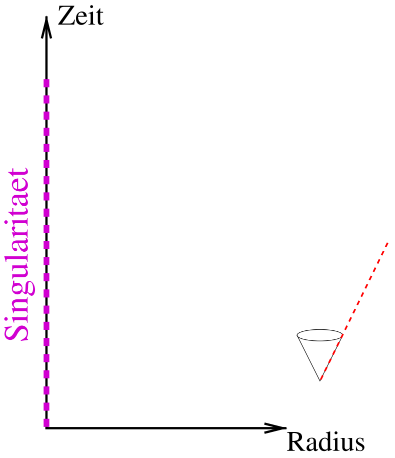
$$G_{ab}[g_{ab}] = 8\pi G T_{ab}.$$



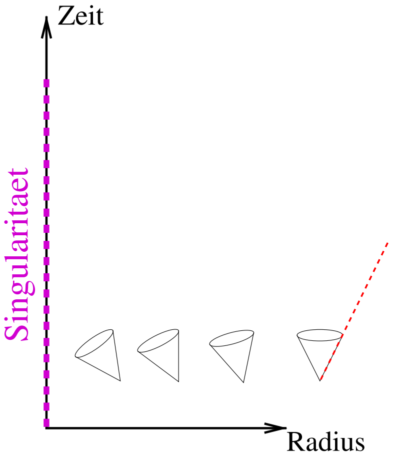
  - Körper bewegen sich "möglichst gerade" durch gekrümmten Raum:

$$\vec{a} = 0.$$

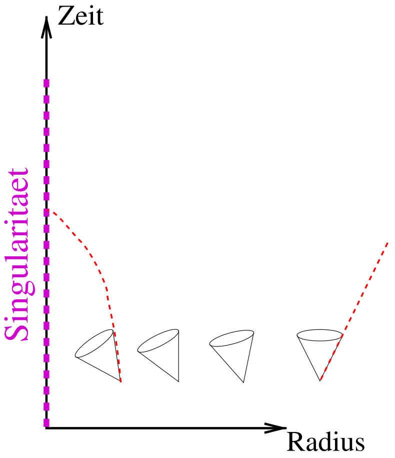
Ereignishorizont und Singularität



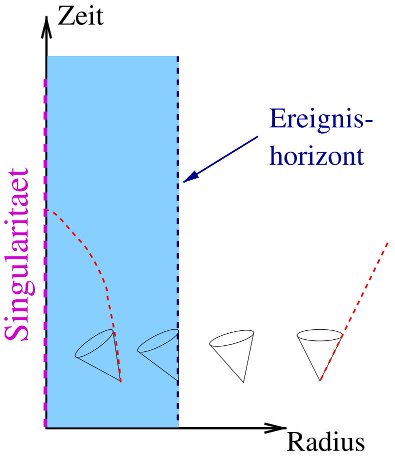
Ereignishorizont und Singularität



Ereignishorizont und Singularität



Ereignishorizont und Singularität



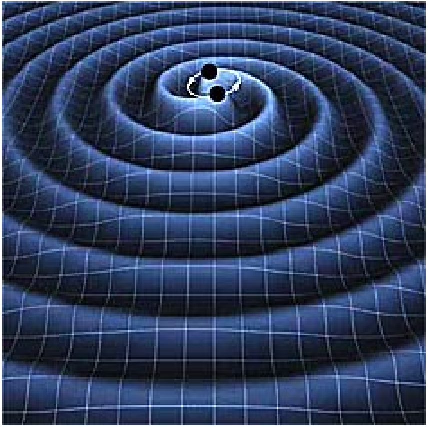
Sind Schwarze Löcher bewiesen?

- Beobachtungen: Viel Masse in kleinem Volumen
  - Angenommen ART ist richtig $\Rightarrow$ Schwarzes Loch

Sind Schwarze Löcher bewiesen?

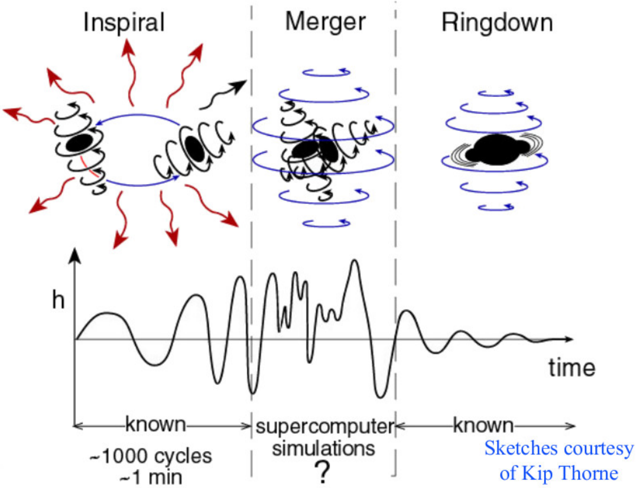
- Beobachtungen: Viel Masse in kleinem Volumen
  - Angenommen ART ist richtig $\Rightarrow$ Schwarzes Loch
- Ist ART bewiesen?
  - Sonnensystem-Tests bestätigen ART
    – Periheldrehung des Merkur
    – Lichtablenkung an Sonne
    – Schwerkraftbedingte Rotverschiebung
    – Global Positioning System (GPS)
  - Aber Raumzeit im Sonnensystem fast flach $GM/(c^2 r) \sim 10^{-6}$
  - Keine Tests in stark gekrümmter Raumzeit $GM/(c^2 r) \sim 1$

Gravitationswellen

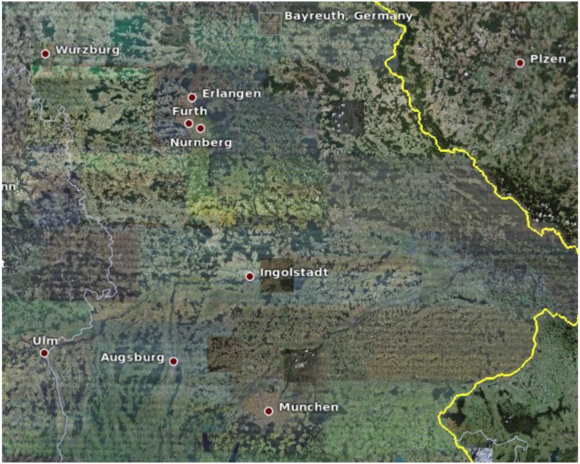


- Feldgleichungen erlauben Wellenlösungen (vgl. Maxwell Gleichungen).
- Erzeugt durch zeitveränderliche Quadrupol-Momente, z.B. Binäre Schwarze Löcher
- Energieabstrahlung verkleinert Abstand.

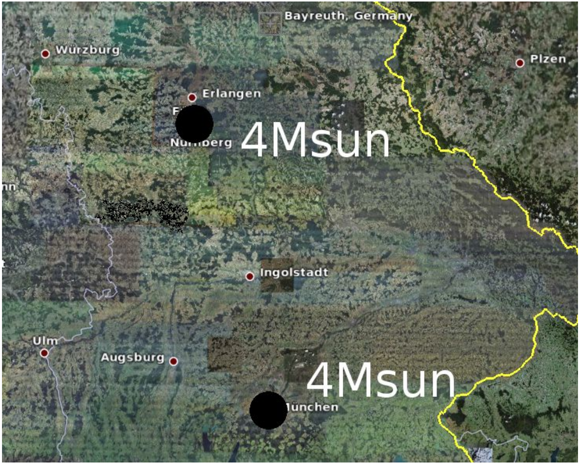
Das Leben eines Binären Schwarzen Loches



Größenverhältnisse

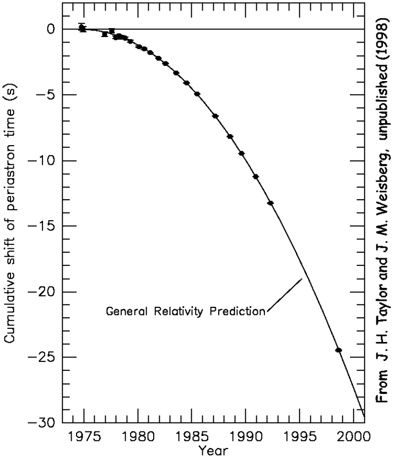


Größenverhältnisse



- $4M_\odot + 4M_\odot$
  $= 10^6 M_{\mathrm{Erde}} + 10^6 M_{\mathrm{Erde}}$
- $d = 170\mathrm{km}$
- $f = 70\mathrm{Hz}$
- $v = 30\,000\mathrm{km/s}$
- $t = 0.2\mathrm{s}$
- $\sim$ 15 Umläufe bis Verschmelzung

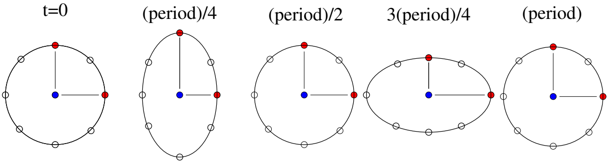
Indirekter Nachweis von GW



Doppel-Neutronenstern PSR 1913+16 (Hulse & Taylor, Nobelpreis 1993)

Messung von Gravitationswellen

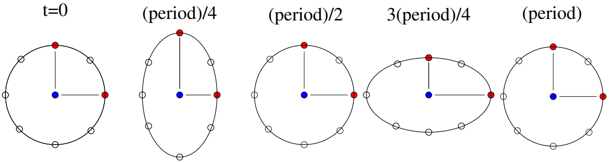
- Eine GW ändert die Abstände zwischen benachbarten Testmassen .



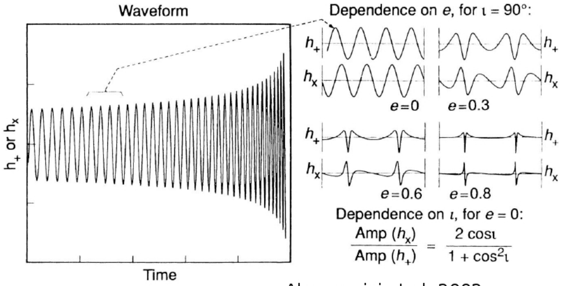
- Signal ist relative Längenänderung $h(t) \equiv \Delta L(t)/L$.

Messung von Gravitationswellen

- Eine GW ändert die Abstände zwischen benachbarten Testmassen .



- Signal ist relative Längenänderung $h(t) \equiv \Delta L(t)/L$.



Abramovici et al, 2002

Gegenwärtiges Ziel der Gravitationsphysik:

Direkte Messung von Gravitationswellen

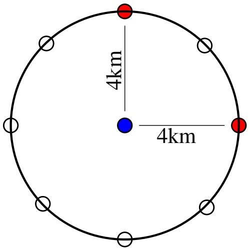
- Stimmt die ART? Hatte Einstein Recht?
- Völlig neues Beobachtungsfenster ins Universum
  - Binäre Schwarze Löcher nur durch GW sichtbar
  - Neutronensterne
  - Supernovae
  - Völlig neue Objekte (vgl. Radiowellen, Röntstrahlen, ...)
- Schwierigkeit...

Gegenwärtiges Ziel der Gravitationsphysik:

Direkte Messung von Gravitationswellen

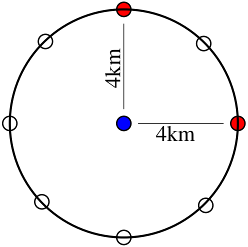
- Stimmt die ART? Hatte Einstein Recht?
- Völlig neues Beobachtungsfenster ins Universum
  - Binäre Schwarze Löcher nur durch GW sichtbar
  - Neutronensterne
  - Supernovae
  - Völlig neue Objekte (vgl. Radiowellen, Röntstrahlen, ...)
- Schwierigkeit... $h \sim 10^{-21}\,, \quad \Delta L \sim 0.01\,R_{\rm Proton}$

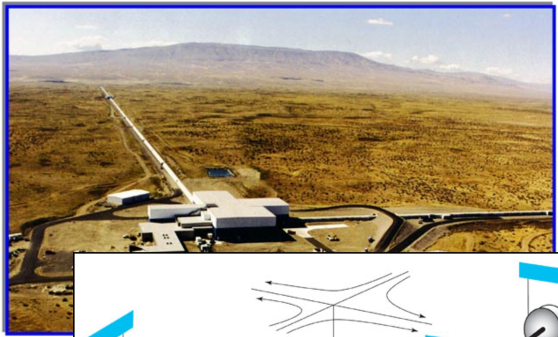
Suche nach Gravitationswellen



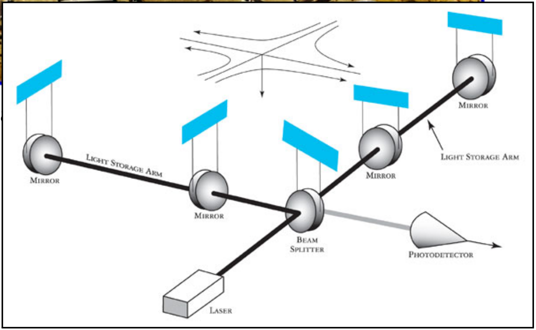
Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory (LIGO, USA)

Suche nach Gravitationswellen





Laser Interferometer Gravitation



- Michelson Interferometer
- Fabry-Perot Konfiguration

LIGO Strahl-Teiler

GW Detektoren

LISA NASA+ESA (201?)

LIGO, USA (2x)

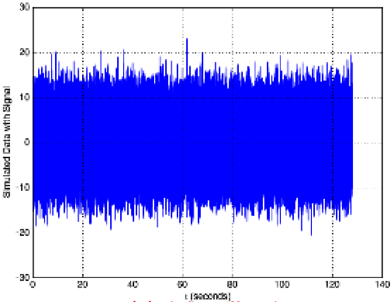
VIRGO, Pisa

GEO 600, Hannover

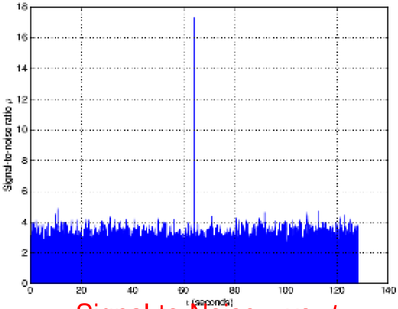
Cross-correlation

- Detektor misst $s(t) = h_{\mathrm{GW}}(t) + n(t)$
- "Cross-correlation" gegen erwartetes Signal $h(t; M_1, M_2, t_0, \ldots)$.

$$\rho = \int s(t)h(t)dt = \underbrace{\int n(t)h(t)dt}_{\approx 0} + \underbrace{\int h_{\mathrm{GW}}(t)h(t)dt}_{>0,\ \text{falls}\ h\approx h_{\mathrm{GW}}}$$



$s(t)$ (simuliert)

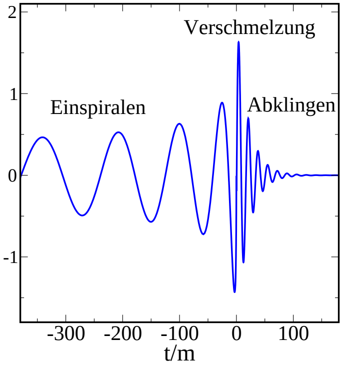


Signal-to-Noise ρ vs. t_0

- Die erwarteten Wellenformen $h(t; M_1, M_2, t_0, \ldots)$ müssen bekannt sein!
- Phasengenauigkeit von $h(t; \ldots)$ besonders wichtig!

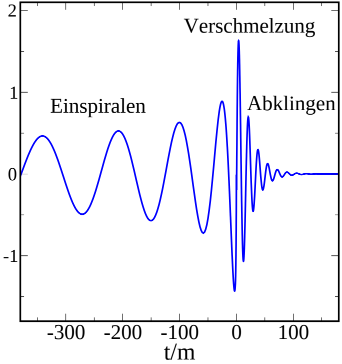
Methoden zur Berechnung der Wellenform

- Einspiralen
  – $v \ll c$: Entwicklung in v/c (post-Newtonsche Näherung)
  – v/c groß: Numerische Simulationen
- Verschmelzung
  – Numerische Simulationen
- Abklingen
  – Störungsrechnung Schwarzer Löcher
  – Numerische Simulationen



Methoden zur Berechnung der Wellenform

- Einspiralen
  – $v \ll c$: Entwicklung in v/c (post-Newtonsche Näherung)
  – v/c groß: Numerische Simulationen
- Verschmelzung
  – Numerische Simulationen
- Abklingen
  – Störungsrechnung Schwarzer Löcher
  – Numerische Simulationen



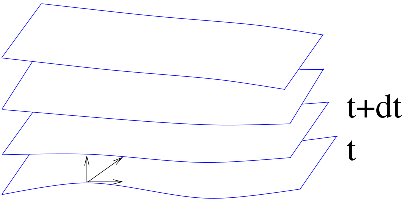
- Aufgaben der Numerik:
  – Simulation der letzen N Umläufe und der Verschmelzung.
  – Bestimmung von N.

Simulation der Feldgleichungen – Grundidee

- Aufgabe: Finde Raumzeit-Metrik g_{ab}, so daß $R_{ab}[g_{ab}] = 0$

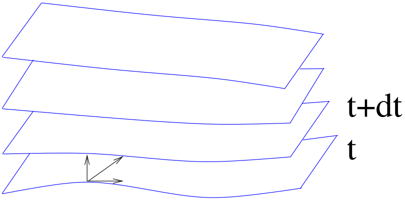
Simulation der Feldgleichungen – Grundidee

- Aufgabe: Finde Raumzeit-Metrik g_{ab}, so daß $R_{ab}[g_{ab}] = 0$
- Spalte Raumzeit in Zeit und Raum



Simulation der Feldgleichungen – Grundidee

- Aufgabe: Finde Raumzeit-Metrik g_{ab}, so daß $R_{ab}[g_{ab}] = 0$
- Spalte Raumzeit in Zeit und Raum

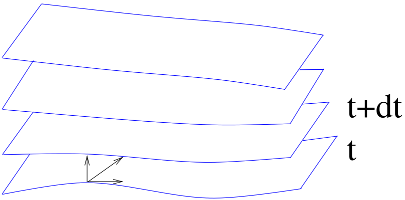


- Evolutions Gleichungen

$$\partial_t g_{ij} = \dots$$
$$\partial_t K_{ij} = \dots$$

Simulation der Feldgleichungen – Grundidee

- Aufgabe: Finde Raumzeit-Metrik g_{ab}, so daß $R_{ab}[g_{ab}] = 0$
- Spalte Raumzeit in Zeit und Raum



- Evolutions Gleichungen

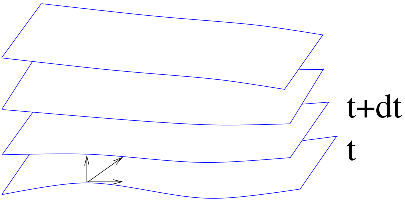
$$\partial_t g_{ij} = \ldots$$
$$\partial_t K_{ij} = \ldots$$

- Zwangsbedingungen

$$R[g_{ij}] + K^2 - K_{ij}K^{ij} = 0$$
$$\nabla_j \left(K^{ij} - g^{ij}K\right) = 0$$

Simulation der Feldgleichungen – Grundidee

- Aufgabe: Finde Raumzeit-Metrik g_{ab}, so daß $R_{ab}[g_{ab}] = 0$
- Spalte Raumzeit in Zeit und Raum



- Evolutions Gleichungen

$$\partial_t g_{ij} = \dots$$
$$\partial_t K_{ij} = \dots$$

- Zwangsbedingungen

$$R[g_{ij}] + K^2 - K_{ij}K^{ij} = 0$$
$$\nabla_j \left(K^{ij} - g^{ij}K\right) = 0$$

vgl. Maxwell Gleichungen

$$\partial_t \vec{E} = \nabla \times \vec{B}$$
$$\partial_t \vec{B} = -\nabla \times \vec{E}$$
$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Geschichte

- 1964: Kollisionen von Wurmlöchern (Hahn & Lindquist)
- 1970er: Axisymmetrische Simulationen (Smarr & Eppley)
- 1994-99: NSF Binary black hole grand challange

Geschichte

- 1964: Kollisionen von Wurmlöchern (Hahn & Lindquist)
- 1970er: Axisymmetrische Simulationen (Smarr & Eppley)
- 1994-99: NSF Binary black hole grand challange
- Seit Ende der 90’er Jahre: Fundamente
  - Sorgfältige Verbesserungen vieler Komponenten

Geschichte

- 1964: Kollisionen von Wurmlöchern (Hahn & Lindquist)
- 1970er: Axisymmetrische Simulationen (Smarr & Eppley)
- 1994-99: NSF Binary black hole grand challange
- Seit Ende der 90'er Jahre: Fundamente
  - Sorgfältige Verbesserungen vieler Komponenten
- 2005: Erfolg mit zwei völlig verschiedenen Methoden

Was ist so schwer?

- Singularitäten im Inneren der Schwarzen Löcher.
- Zwangsbedingungen $Z \equiv 0$
  – Für viele Jahre, $\partial_t Z \sim Z \;\Rightarrow\; Z \sim e^t$
- Koordinatenfreiheit
  Wie wählt man Koordinaten für eine Raumzeit die man erst noch berechnen will?
- Hohe numerische Anforderungen
  – $20 - 50$ Variable
  – Komplizierte Gleichungen ($\gtrsim 1000$ FLOPS pro Gitterpunkt)
  – Verschiedene Längenskalen
  – Hohe Genauigkeit, lange Laufzeiten nötig

Kontrolle der Zwangsbedingungen

- Feldgleichungen:

$$0 = R_{ab}[g_{ab}] = -\frac{1}{2}\Box g_{ab} + \nabla_{(a}\Gamma_{b)} + \text{niedrigere Ordnung} \qquad \Gamma_a = -g_{ab}\Box x^b.$$

Kontrolle der Zwangsbedingungen

- Feldgleichungen:

$$0 = R_{ab}[g_{ab}] = -\frac{1}{2}\Box g_{ab} + \nabla_{(a}\Gamma_{b)} + \text{niedrigere Ordnung} \qquad \Gamma_a = -g_{ab}\Box x^b.$$

- Harmonische Koordinaten $\Box x^a = 0$:

$$\Box g_{ab} = \text{niedrigere Ordnung}$$

Kontrolle der Zwangsbedingungen

- Feldgleichungen:

$$0 = R_{ab}[g_{ab}] = -\frac{1}{2}\Box g_{ab} + \nabla_{(a}\Gamma_{b)} + \text{niedrigere Ordnung} \qquad \Gamma_a = -g_{ab}\Box x^b.$$

- Harmonische Koordinaten $\Box x^a = 0$:

$$\Box g_{ab} = \text{niedrigere Ordnung}$$

- Verallgemeinerte harmonische Koordinaten $g_{ab}\Box x^b \equiv H_a$
  (Friedrich 1985, Pretorius 2005)

Kontrolle der Zwangsbedingungen

- Feldgleichungen:

$$0 = R_{ab}[g_{ab}] = -\frac{1}{2}\Box g_{ab} + \nabla_{(a}\Gamma_{b)} + \text{niedrigere Ordnung} \qquad \Gamma_a = -g_{ab}\Box x^b.$$

- Harmonische Koordinaten $\Box x^a = 0$:

$$\Box g_{ab} = \text{niedrigere Ordnung}$$

- Verallgemeinerte harmonische Koordinaten $g_{ab}\Box x^b \equiv H_a$
  (Friedrich 1985, Pretorius 2005)

- Neue Zwangsbedingung $Z_a \equiv H_a - g_{ab}\Box x^b = 0$.

Kontrolle der Zwangsbedingungen

- Feldgleichungen:

$$0 = R_{ab}[g_{ab}] = -\frac{1}{2}\Box g_{ab} + \nabla_{(a}\Gamma_{b)} + \text{niedrigere Ordnung} \qquad \Gamma_a = -g_{ab}\Box x^b.$$

- Harmonische Koordinaten $\Box x^a = 0$:

$$\Box g_{ab} = \text{niedrigere Ordnung}$$

- Verallgemeinerte harmonische Koordinaten $g_{ab}\Box x^b \equiv H_a$
  (Friedrich 1985, Pretorius 2005)

- Neue Zwangsbedingung $Z_a \equiv H_a - g_{ab}\Box x^b = 0$.
  Kontrolle der Zwangsbedingungen (Gundlach, et *al.*, Pretorius, 2005)

$$0 = -\frac{1}{2}\Box g_{ab} + \nabla_{(a}Z_{b)} + \gamma\left[t_{(a}Z_{b)} - \frac{1}{2}g_{ab}t^c Z_c\right] + \text{n. O.}$$

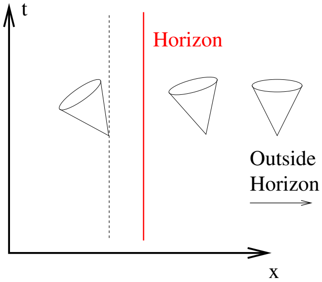
$$\partial_t Z_a \sim -\gamma Z_a, \Rightarrow Z \sim e^{-\lambda t}$$

Behandlung der Singularität – “Black hole excision”

- **Idee:** Was innerhalb des Ereignishorizontes geschieht, kann die Außenwelt nicht beeinflussen – Warum nicht einfach das Innere weglassen? (Unruh, Anfang der 1980’er)

Behandlung der Singularität – "Black hole excision"

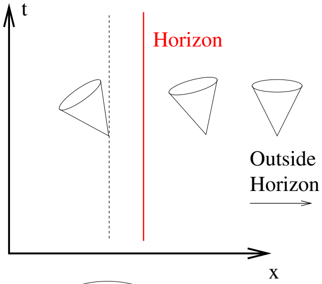
- **Idee:** Was innerhalb des Ereignishorizontes geschieht, kann die Außenwelt nicht beeinflussen – Warum nicht einfach das Innere weglassen? (Unruh, Anfang der 1980'er)
- Entferne Kugel innerhalb des Schwarzen Loches.
- Keine Randbedingung nötig!

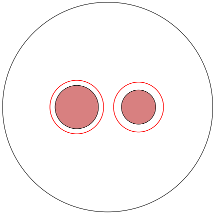


Behandlung der Singularität – "Black hole excision"

- **Idee:** Was innerhalb des Ereignishorizontes geschieht, kann die Außenwelt nicht beeinflussen – Warum nicht einfach das Innere weglassen? (Unruh, Anfang der 1980'er)

- Entferne Kugel innerhalb des Schwarzen Loches.
- Keine Randbedingung nötig!





Numerik: Spektrale Methoden

- $u(t, \vec{x})$ Vektor der 50 Variablen
- Approximation der Lösung mit einer endlichen Serie

$$u(x,t) \approx u^{(N)}(x,t) \equiv \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{u}_k(t)\,\Phi_k(x),$$

Φ_k Fourier-Reihe, Tschebyshev-Polynome, Kugelflächen-Funktionen.

Numerik: Spektrale Methoden

- $u(t, \vec{x})$ Vektor der 50 Variablen
- Approximation der Lösung mit einer endlichen Serie

$$u(x,t) \approx u^{(N)}(x,t) \equiv \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{u}_k(t)\, \Phi_k(x),$$

  Φ_k Fourier-Reihe, Tschebyshev-Polynome, Kugelflächen-Funktionen.

- Ableitungen sind analytisch bekannt

$$\frac{du^{(N)}(x)}{dx} = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{u}_k \frac{d\phi_k(x)}{dx}.$$

Numerik: Spektrale Methoden

- $u(t, \vec{x})$ Vektor der 50 Variablen
- Approximation der Lösung mit einer endlichen Serie

$$u(x,t) \approx u^{(N)}(x,t) \equiv \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{u}_k(t)\, \Phi_k(x),$$

Φ_k Fourier-Reihe, Tschebyshev-Polynome, Kugelflächen-Funktionen.

- Ableitungen sind analytisch bekannt

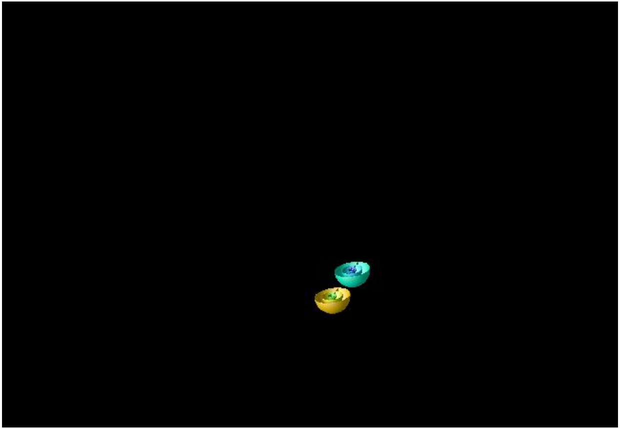
$$\frac{du^{(N)}(x)}{dx} = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{u}_k \frac{d\phi_k(x)}{dx}.$$

- Zeitentwicklung von $\tilde{u}_k(t)$ mit “method of lines”

$$\partial_t \tilde{u}_k = \Big[F - A(u)\cdot\nabla u\Big]_k.$$

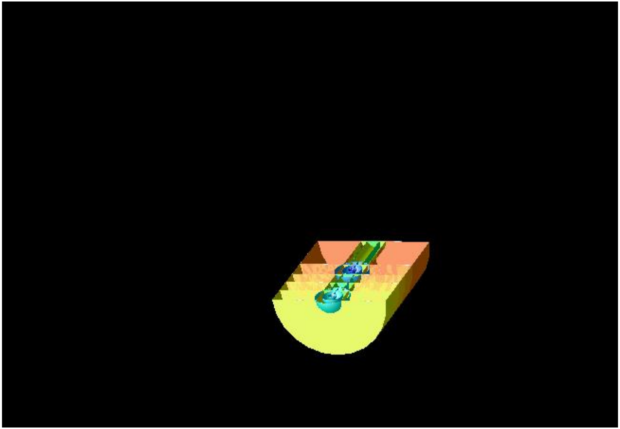
Domain-decomposition

- Basisfunktionen benötigen “einfachen” Gebiete: Quader, Kugel, Zylinder
-



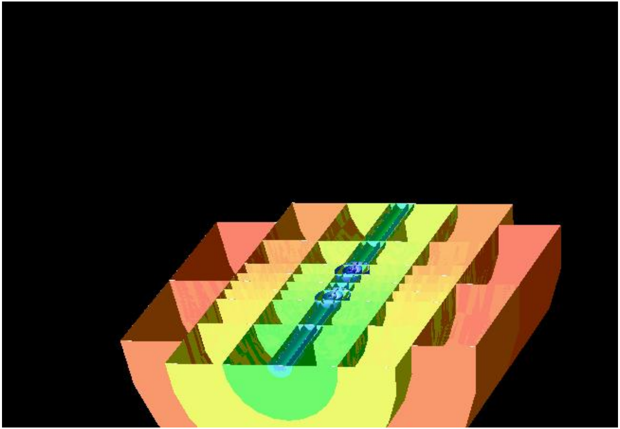
Domain-decomposition

- Basisfunktionen benötigen “einfachen” Gebiete: Quader, Kugel, Zylinder
-



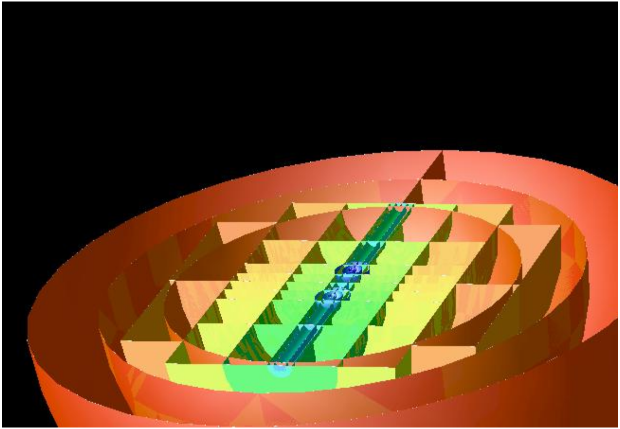
Domain-decomposition

- Basisfunktionen benötigen “einfachen” Gebiete: Quader, Kugel, Zylinder
-



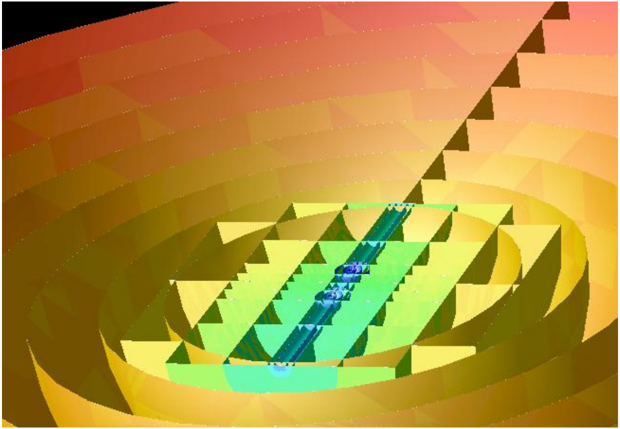
Domain-decomposition

- Basisfunktionen benötigen “einfachen” Gebiete: Quader, Kugel, Zylinder
-



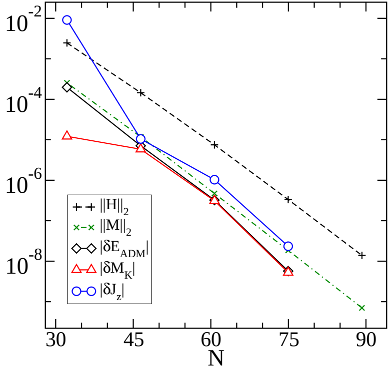
Domain-decomposition

- Basisfunktionen benötigen “einfachen” Gebiete: Quader, Kugel, Zylinder
-

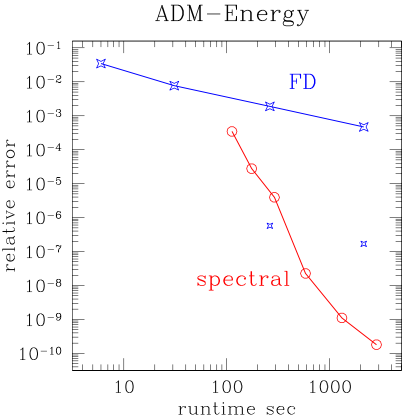


Warum Spektrale Methoden?

Glatte Lösungen ⇒ Exponentielle Konvergenz

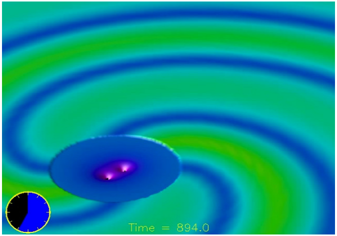


Cook, HP 2004



HP et *al.* 2003

Einige Details

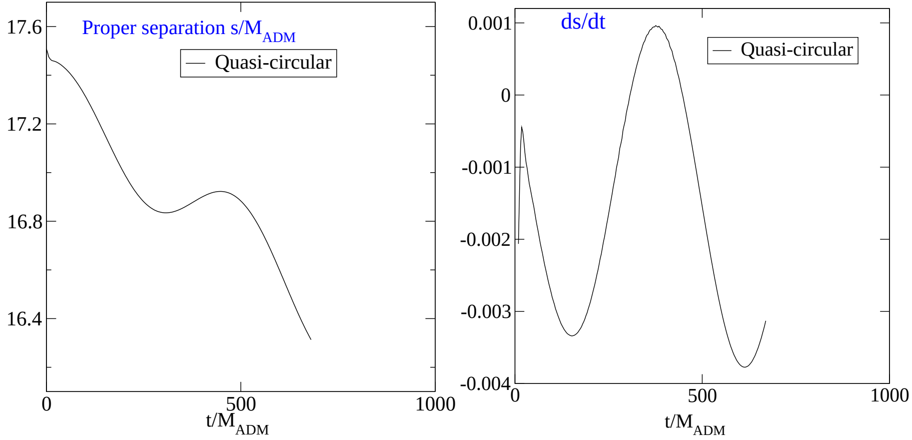


- C++, 250 000 Zeilen.
- Cluster 500 Prozessoren,
  30 TB Festplattenkapazität.
- Eine Simulation 10 000 CPU-h
- Caltech/Cornell: Knapp 20 Personen.

Verbesserte Anfangsdaten durch Evolutionen

HP et *al.*, 2007

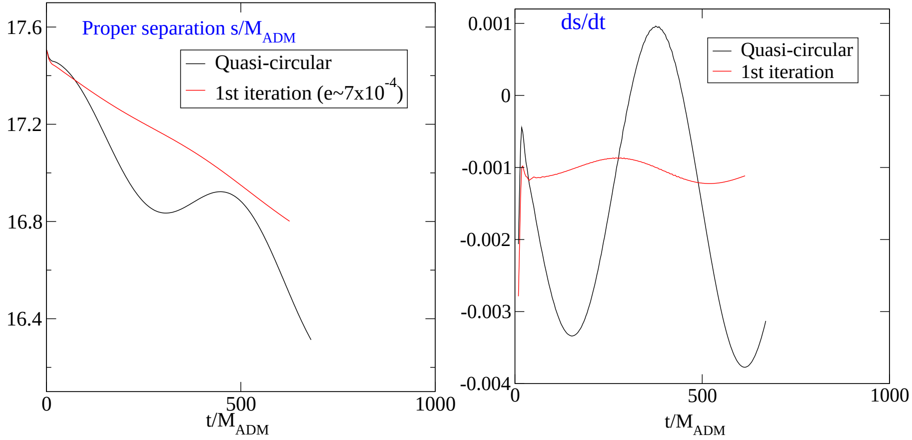
- Wähle radiale Geschwindigkeit um Exzentrizität des Orbits zu minimieren.



Verbesserte Anfangsdaten durch Evolutionen

HP et *al.*, 2007

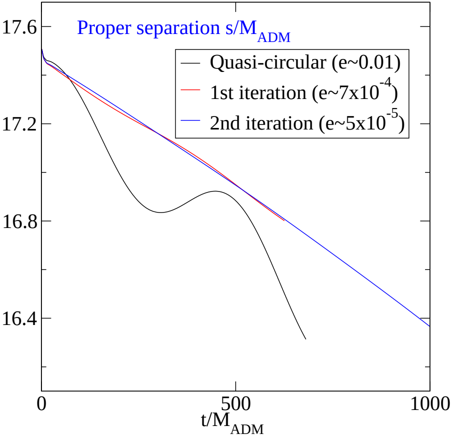
- Wähle radiale Geschwindigkeit um Exzentrizität des Orbits zu minimieren.

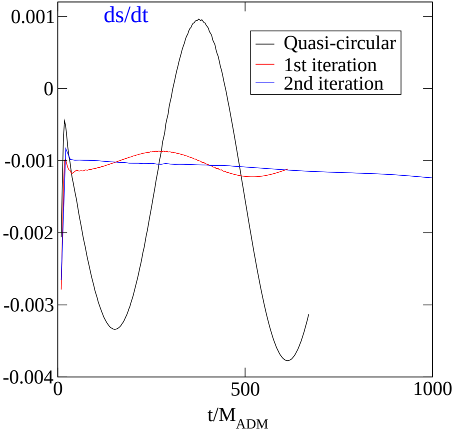


Verbesserte Anfangsdaten durch Evolutionen

HP et *al.*, 2007

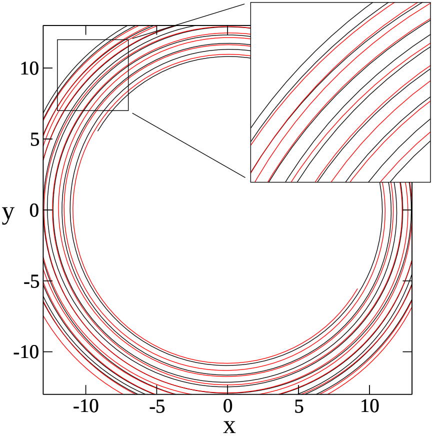
- Wähle radiale Geschwindigkeit um Exzentrizität des Orbits zu minimieren.





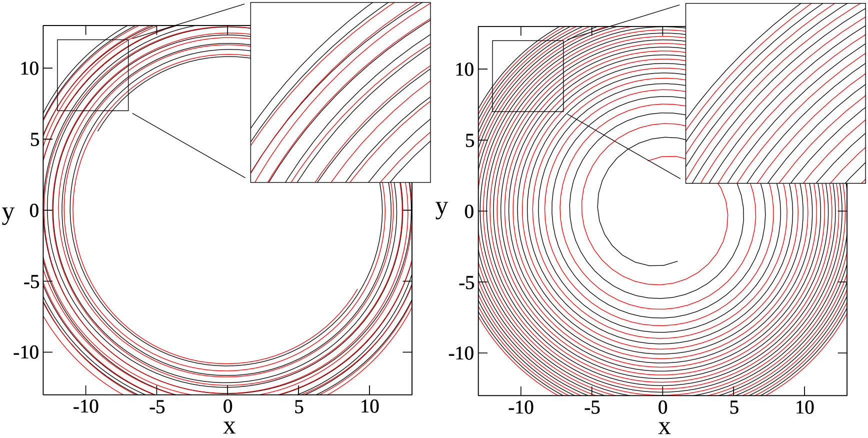
Trajektorien der Schwerpunkte

$v_r = 0$



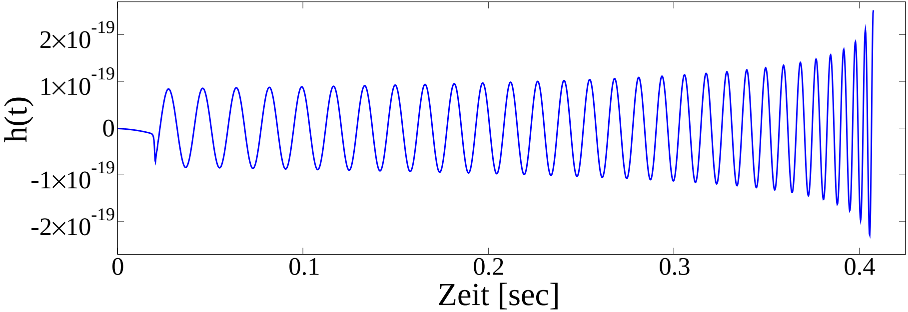
Trajektorien der Schwerpunkte

$v_r = 0$ Exzentrizität minimiert



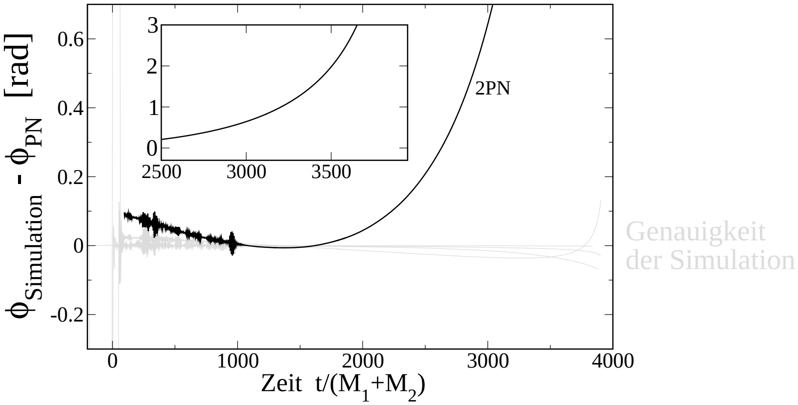
Movie

Numerische Wellenform



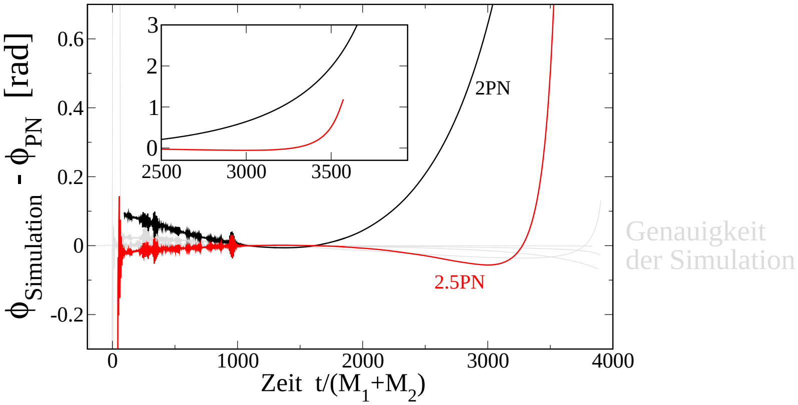
- $(10+10)M_\odot$ in einer Entfernung von $1\,Mpc \approx 3\,000\,000$ Lichtjahre

Vergleich mit Post-Newton'scher Näherung



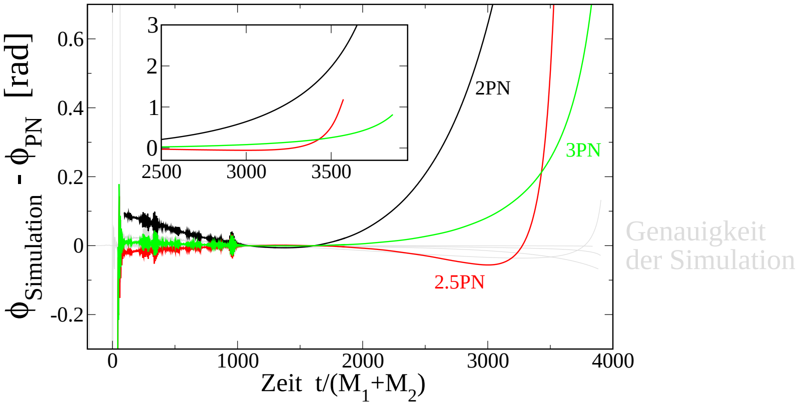
- Nur 1-PN Effekte im Sonnensystem getestet.

Vergleich mit Post-Newton'scher Näherung



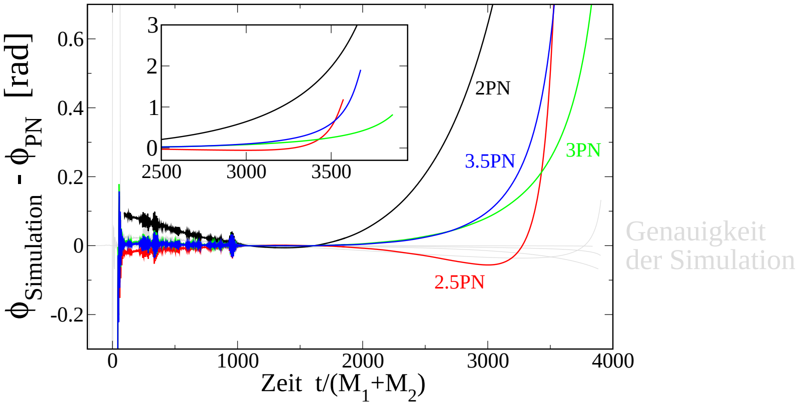
- Nur 1-PN Effekte im Sonnensystem getestet.

Vergleich mit Post-Newton'scher Näherung



- Nur 1-PN Effekte im Sonnensystem getestet.
- Exzellente Übereinstimmung für $t \lesssim 2000$ (5 Umläufe)
  – Wichtiger Test der Numerischen Rechnung!!
- Messbare Unterschiede in letzten 10 Umläufen.

Vergleich mit Post-Newton'scher Näherung



- Nur 1-PN Effekte im Sonnensystem getestet.
- Exzellente Übereinstimmung für $t \lesssim 2000$ (5 Umläufe)
  – Wichtiger Test der Numerischen Rechnung!!
- Messbare Unterschiede in letzten 10 Umläufen.

Was macht die Konkurrenz?

- Aktive Gruppen:
  - Caltech (CA, USA) – Cornell (NY, USA) Spektrale Methoden
  - Universität Jena FD
  - Albert-Einstein-Institut (Potsdam) – Lousiana State Univ (LA, USA) FD
  - Goddard Space Flight Center (MD, USA) FD
  - Penn State University (PA, USA) FD
  - Rochester University (NY, USA) FD

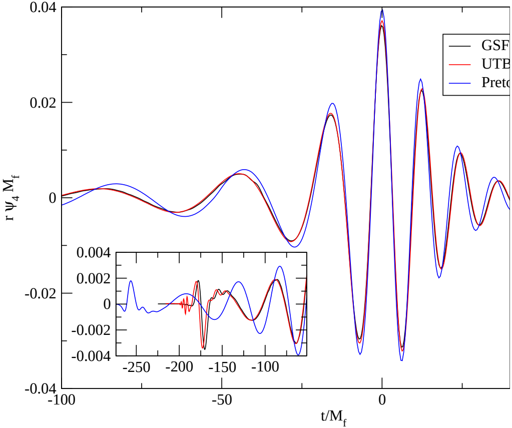
Was macht die Konkurrenz?

- Aktive Gruppen:
  - Caltech (CA, USA) – Cornell (NY, USA) — Spektrale Methoden
  - Universität Jena — FD
  - Albert-Einstein-Institut (Potsdam) – Lousiana State Univ (LA, USA) — FD
  - Goddard Space Flight Center (MD, USA) — FD
  - Penn State University (PA, USA) — FD
  - Rochester University (NY, USA) — FD
- Spektrale Methoden...
  - Hohe Genauigkeit während vieler Umläufe
  - Verschmelzung bislang nur für Frontal-Kollision gelungen

Was macht die Konkurrenz?

- Aktive Gruppen:
  - Caltech (CA, USA) – Cornell (NY, USA) — Spektrale Methoden
  - Universität Jena — FD
  - Albert-Einstein-Institut (Potsdam) – Lousiana State Univ (LA, USA) — FD
  - Goddard Space Flight Center (MD, USA) — FD
  - Penn State University (PA, USA) — FD
  - Rochester University (NY, USA) — FD
- Spektrale Methoden...
  - Hohe Genauigkeit während vieler Umläufe
  - Verschmelzung bislang nur für Frontal-Kollision gelungen
- Finite Differenzen ...
  - Adaptive Mesh Refinement, 4te Ordnung
  - Dennoch Genauigkeit zu gering für viele Umläufe
  - Verschmelzung Routine dank anderer Koordinaten-Bedingungen

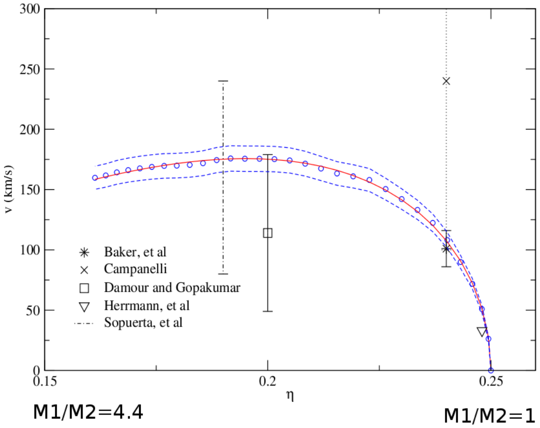
Code-Vergleich: Verschmelzung schwarzer Löcher



- Wellenform von drei verschiedenen Codes
  (Baker, Campanelli, Pretorius, Zlochower, 2007)

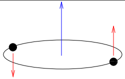
“Black hole kicks” (nicht-rotierend)

- Asymmetrische Konfiguration
  $\Rightarrow$ asymmetrische GW
  $\Rightarrow$ Impulsübertrag auf verbleibendes Schwarzes Loch
- Plot von gr-qc/0610154, Jena Gruppe (30.Okt. 2006)

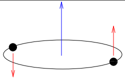
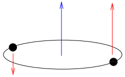


(Gonzalez, et al, 2007)

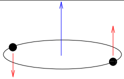
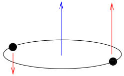
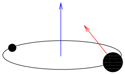
“Black hole kicks” (rotierende Löcher)

Datum	gr-qc/	Gruppe	v (km/s)	
26. Jan	0701143	Penn State	400	

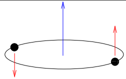
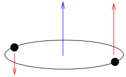
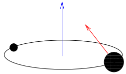
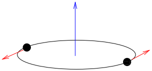
"Black hole kicks" (rotierende Löcher)

Datum	gr-qc/	Gruppe	v (km/s)	
26. Jan	0701143	Penn State	400	
29. Jan	0701163	AEI/LSU	257	

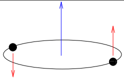
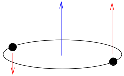
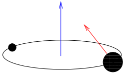
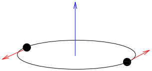
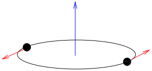
"Black hole kicks" (rotierende Löcher)

Datum	gr-qc/	Gruppe	v (km/s)	
26. Jan	0701143	Penn State	400	
29. Jan	0701163	AEI/LSU	257	
29. Jan	0701164v1	Rochester	454	

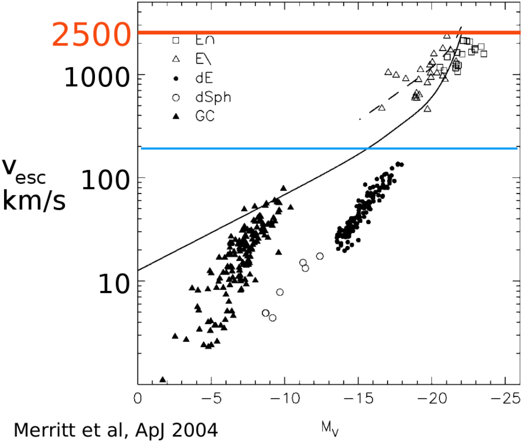
“Black hole kicks” (rotierende Löcher)

Datum	gr-qc/	Gruppe	v (km/s)	
26. Jan	0701143	Penn State	400	
29. Jan	0701163	AEI/LSU	257	
29. Jan	0701164v1	Rochester	454	
8. Feb	0702052	Jena	2500	

“Black hole kicks” (rotierende Löcher)

Datum	gr-qc/	Gruppe	v (km/s)	
26. Jan	0701143	Penn State	400	
29. Jan	0701163	AEI/LSU	257	
29. Jan	0701164v1	Rochester	454	
8. Feb	0702052	Jena	2500	
22. Feb	0701164v2	Rochester	1830	

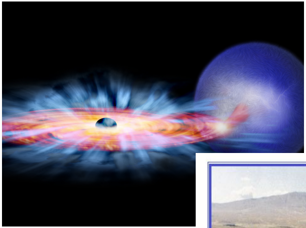
Fluchtgeschwindigkeit verschiedener Galaxien



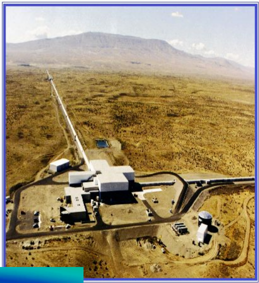
$$\max(v_{\text{kick}}) > v_{\text{Flucht}}$$

Warum gibt es Schwarze Löcher in Galaxien-Zentren??

Zusammenfassung



- Gravitationsphysik ist in Blütezeit.



- Detektion von Gravitationswellen heute möglich, in 5 Jahren wahrscheinlich (verbesserte Detektoren).
- Numerische Simulationen sind erwachsen geworden.